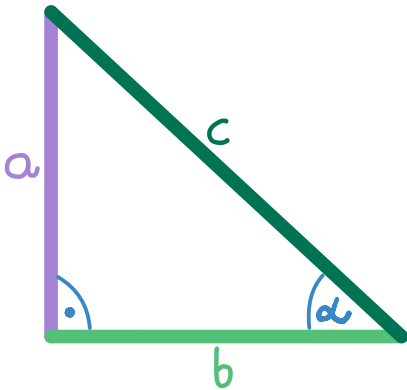


Trygonometria

FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE KĄTA OSTREGO



$$\sin \alpha = \frac{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}{\text{przeciwprostokątna}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{przyprostokątna przy } \alpha}{\text{przeciwprostokątna}} = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}{\text{przyprostokątna przy } \alpha} = \frac{a}{b}$$

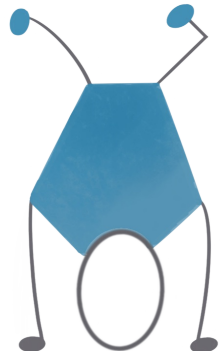
Z definicji funkcji trygonometrycznych wynika, że jeśli α jest kątem ostrym, to

$$\sin \alpha \in (0, 1) \quad \cos \alpha \in (0, 1) \quad \operatorname{tg} \alpha \in (0, +\infty)$$

WARTOŚCI FUNKCJI TRYGONOMETRYCZNYCH

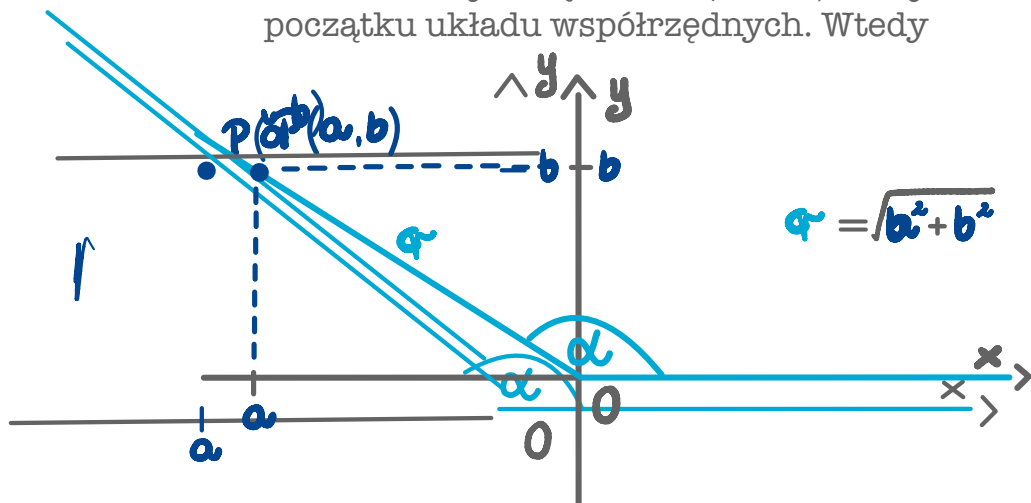
	0°	30°	45°	60°	90°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	×

Matematyka w tyka



DEFINICJE FUNKCJI TRYGNOMETRYCZNYCH

Niech $P(a, b)$ będzie dowolnym punktem leżącym na ramieniu końcowym kąta $\alpha \in \langle 0^\circ, 180^\circ \rangle$, różnym od początku układu współrzędnych. Wtedy



Funkcje sinus, kosinus, tangens kąta definiujemy jako następujące stosunki

$$\sin \alpha = \frac{b}{r} \quad \cos \alpha = \frac{a}{r} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$$

$(a \neq 0, \text{ czyli } \alpha \neq 90^\circ)$

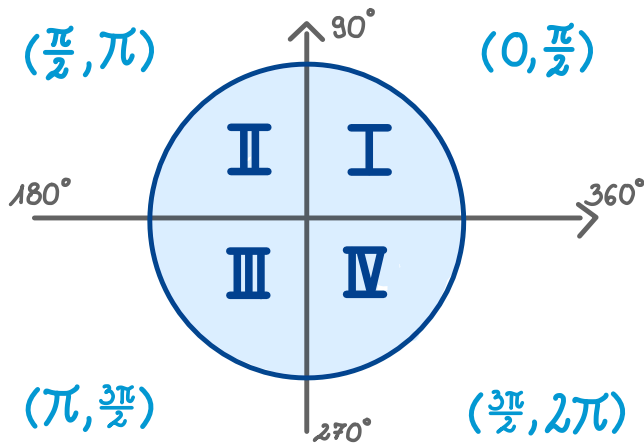
ZWIĄZKI MIĘDZY FUNKCJAMI

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

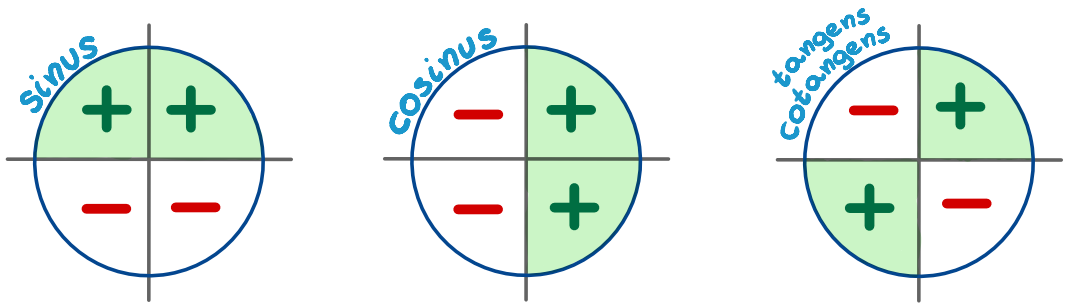
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

dla $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

ZNAKI FUNKCJI W ĆWIARTKACH



Znaki funkcji w poszczególnych ćwiartkach



„W pierwszej wszystko jest dodatnie, w drugiej tylko sinus.
W trzeciej tangens i cotangens, a w czwartej cosinus”

PRZYDATNE WZORY

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

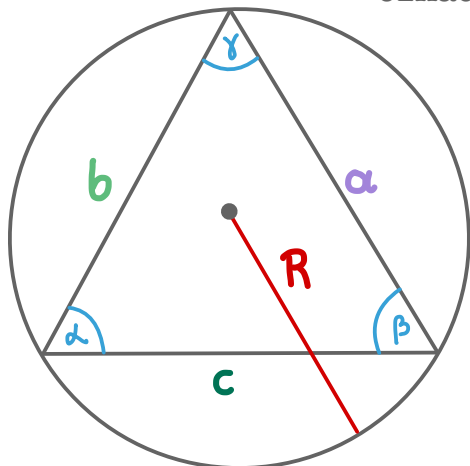
$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

TWIERDZENIE SINUSÓW

W dowolnym trójkącie stosunek długości boku do sinusa przeciwległego kąta jest równy średnicy okręgu opisanego na tym trójkącie. Zgodnie z oznaczeniami rysunku

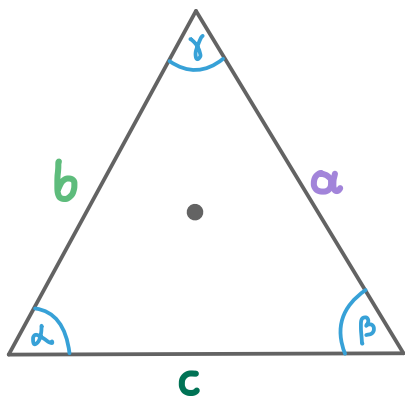


$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Matematyka

TWIERDZENIE COSINUSÓW

W dowolnym trójkącie kwadrat jednego boku równa się sumie kwadratów dwóch pozostałych boków pomniejszonej o podwójny iloczyn tych boków i cosinusa kąta zawartego między nimi



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

POLE TRÓJKAŁA

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$$