Wielomiany

RESZTA Z DZIELENIA

Reszta z dzielenia wielomianu **W(x)** przez dwumian **x-a** jest równa **W(a)**

przykład: Nie wykonując dzielenia wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + x + 2$ przez wielomian $x - 2$

Z podanego twierdzenia wiemy, że reszta jest równa

$$W(2) = 2^5 - 2(2)^4 + 2^3 + 2 + 2 = 32 - 32 + 8 + 4 = 12$$

Matematwtyka

TWIERDZENIE BÉZOUT

Wielomian **W(x)** jest podzielny przez dwumian **x-a** wtedy i tylko wtedy, gdy liczba **a jest pierwiastkiem wielomianu W(x)**

Liczbę a nazywamy pierwiastkiem wielomianu, gdy W(a)=0

przykład: Zbadaj czy wielomian $W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x - 4$ jest podzielny przez dwumian $x - 1$

$$W(1) = 6 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 4 = 0$$

SCHEMAT HORNERA

przykład: Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu

$$W(x) = 2x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

I W górnej części tabelki zapisujemy **współczynniki wielomianu**

współczynniki	2	3	-9	-10

Uwaga! Do schematu wpisujemy również zerowe współczynniki

np. $W(x) = 2x^3 - 9x - 10$

	2	0	-9	-10

II **Szukamy pierwiastka wielomianu**. Musimy „strzelić" wartość, którą sprawdzamy pod kątem tego czy jest pierwiastkiem wielomianu i wpisujemy ją **w lewym dolnym rogu** tabelki

współczynniki	2	3	-9	-10
-1				

! To jak znaleźć pierwiastek w dalszej części !

III **Pierwszy wyraz** z górnego wiersza przepisujemy do dolnego

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2			

IV W celu uzupełnienia tabelki wykonujemy **działania**:

$$(-1)\cdot 2 + 3 = 1$$

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2	1		

$$(-1)\cdot 1 + (-9) = -10$$

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2	1	-10	

$$(-1)\cdot(-10) + (-10) = 0$$

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2	1	-10	0

> Jeżeli w ostatnim okienku wyjdzie 0, to sprawdzana wartość jest **pierwiastkiem wielomianu**

V Postać iloczynowa na podstawie tabelki

współczynniki	2	3	-9	-10
-1	2	1	-10	0

$$W(x) = (x+1)(2x^2 + 1x - 10)$$

$x_0 = -1 \qquad \Delta = 1^2 - 4\cdot 2\cdot(-10) = 81 \qquad \sqrt{\Delta} = 9$

$x_1 = 2 \qquad x_2 = -\frac{5}{2}$

JAK ZNALEŹĆ PIERWIASTEK WYMIERNY

przykład: $W(x) = 2x^3 + 3x^2 - 9x - 10$

I Wypisujemy wszystkie **dzielniki wyrazu wolnego**

$$p \mid 10 \iff p \in \{1, 2, 5, 10\}$$

II Wypisujemy wszystkie **dzielniki współczynnika przy najwyższej potędze**

$$q \mid 2 \iff q \in \{1, 2\}$$

TWIERDZENIE O PIERWIASTKU WYMIERNYM

Jeżeli wszystkie współczynniki wielomianu są całkowite, to pierwiastkiem wymiernym wielomianu może być liczba w postaci

$$\frac{p}{q} \quad \text{lub} \quad -\frac{p}{q}$$

III Wypisujemy **możliwe pierwiastki** wymierne

$$\frac{p}{q}: 1, 2, 5, 10, \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \qquad -\frac{p}{q}: -1, -2, -5, -10, -\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}$$

IV Sprawdzamy, która z możliwych wartości jest pierwiastkiem.

Jeżeli w ostatnim okienku wyjdzie 0, to sprawdzana wartość jest pierwiastkiem wielomianu

Jeżeli żadna z podanych wartości nie okaże się być pierwiastkiem, to wielomian nie ma pierwiastków wymiernych

JAK PRZYSPIESZYĆ SZUKANIE PIERWIASTKA

Dodajemy nie sąsiadujące współczynniki w tabelce

Jeśli wyniki są **takie same**, to **pierwiastkiem** tego wielomianu jest -1

Jeśli wyniki są **różne**, to **pierwiastkiem** tego wielomianu jest 1

przykład: $W(x) = 2x^3 + 3x^2 - 9x - 10$

$2 + (-9) = -7$ $\quad$ $3 + (-10) = -7$

współczynniki	2	3	-9	-10
-1				

W podanym przykładzie sumy są równe, więc -1 jest pierwiastkiem wielomianu